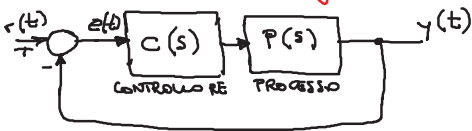


Controllori PID



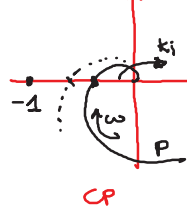
- obiettivi
- ▷ minimizzare l'errore:  $|e|, |e^2|, \dots$
  - ▷ sistema stabile
  - ▷ minimizzare il tempo di risposta

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$Y = CPE = CP(R - Y) \Rightarrow Y(1 - CP) = CPR$$

$$Y = \left[ \frac{CP}{1 - CP} \right] R \quad E_r = \frac{R}{1 - CP}$$

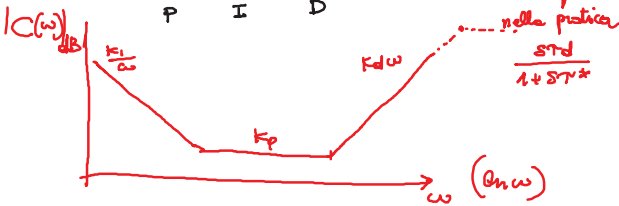
$$C = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$



- $K_p \uparrow$  diminuisce il margine di guadagno
- $K_i \uparrow$  rotazione oraria (contributo di fase negativo) diminuisce il margine di guadagno
- $K_d \uparrow$  rotazione antioraria (contributo di fase positivo) aumenta il margine di guadagno

PID

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left[ 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right]$$



Pseudocodice

```

i=0
e=e0
prever do
  e = setpoint - actual position
  i = i + e * dt
  d = (e - e_old) / dt
  u = Kp * e + Ki * i + Kd * d
  e_old = e
  wait (dt)
end do
    
```

$$E = \frac{R}{1 + CP}$$

Risposta al gradino

$$R = \frac{1}{s}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + C(s)P(s)}$$

▷ perché l'errore asintotico (offset) sia nullo CP deve avere un polo nell'origine [ho bisogno della componente Integrativa in C]

Attrivanti  $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + CP} = \frac{1}{1 + K_p P(0)}$

Controllore PID industriale

$$u(s) = K_p [R(s) - Y(s)] + \frac{K_i}{s} [R(s) - Y(s)] + K_d s [R(s) - Y(s)]$$

aggiungiamo 2 zeri di libata

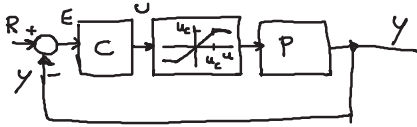
$$U(s) = \left[ K_p + \frac{K_i s}{s} + \frac{K_d s^2}{s} \right] R(s) = \left[ K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right] Y(s)$$



questo interviene in modo separato sugli zeri della PLL

# Problema del "wind up"

12 May 2014 15:47



il problema si manifesta se C ha una componente integrativa

⇒ bisogna inibire l'integratore se  $u > u_c$

PID Pagina 7

## Metodo di Ziegler-Nichols (#1)

12 May 2014 15:55

⇒ CICLO CHIUSO

Hp.  $P(s)$  stabile  $P(s) > 0$

Risposta

1) Si chiude il sistema in reazione con C proporzionale e si aumenta  $k_p$  finché il sistema non oscilla (mettendo un gradino in ingresso)

2) Prendo nota del  $k_{pc}$ ,  $T_c$  (periodo di oscillazione)

P]  $k_p = 0.5 k_{pc}$  (margine di guadagno 2)

PI]  $k_p = 0.45 k_{pc}$ ,  $\tau_i = 0.8 T_c$

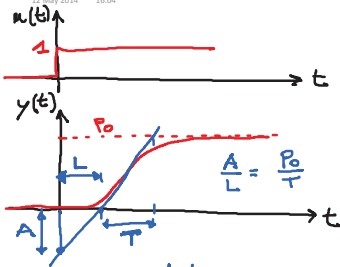
PID]  $k_p = 0.6 k_{pc}$ ,  $\tau_i = 0.5 T_c$ ,  $\tau_d = 0.125 T_c$



PID Pagina 8

⇒ CICLO APERTO

12 May 2014 16:01



	$k_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
P	$1/A$	-	-
PI	$0.5/A$	$2L$	-
PID	$1.2/A$	$2L$	$\frac{L}{2}$

$P(s) \approx \frac{P_0 e^{-i\omega L}}{1 + j\omega T}$  quando  $\angle P(i\omega) = \pi$   $\rightarrow P(i\omega) \approx \frac{P_0 e^{-j\omega L}}{j\omega T}$   
 $\omega L = \pi \rightarrow \omega = \frac{\pi}{2L}$   
 $|P(i\omega)| = \frac{P_0}{2L} = \frac{P_0 L}{T \pi} = \frac{A Z}{K}$  con  $k_p = \frac{1}{K}$   
 il margine di guadagno è  $\frac{1}{2}$

PID Pagina 9